Studienkreis
Die Nachhilfe

Mathe
Klassen
5 – 10

WAS WEISS ICH?!

Erste Hilfe bei Gedächtnislücken

© Für die Reihe „Pocket Teacher“: Cornelsen Verlag Scriptor, Berlin
© Für die vorliegende Bearbeitung: Studienkreis, Bochum

Inhaltsverzeichnis

Zeichen 4

Zahlen 6

- Zahlenmengen 6
- Rechenarten 6
- Schreibweisen mit Zehnerpotenzen 7
- Runden von Dezimalzahlen 7
- Klammerregeln 8
- Vorzeichenregeln 8
- Binomische Formeln 9
- Potenzen 9

Größen 10

- Maßeinheiten 10
- Einheitenvorsätze 11

Prozente 12

- Grundwert, Prozentsatz und Prozentwert 12
- Berechnung des Prozentwertes 12
- Berechnung des Prozentsatzes 12
- Berechnung des Grundwertes 13

Formen 14

- Dreiecke 14
- Vierecke 14
- Körper 16
- Kreise und Kreisteile 18

Zeichen

$=$	gleich
$\neq$	ungleich
$<$	kleiner als
$>$	größer als
$\leq$	kleiner oder gleich
$\geq$	größer oder gleich
$:=$	nach Definition gleich
$\approx$	ungefähr, gerundet
$\triangleq$	entspricht
$\cong$	kongruent, deckungsgleich
$\sim$	proportional, ähnlich
$\equiv$	identisch
$\cdots$	und so weiter bis
$+$	plus
$-$	minus
$\cdot$	mal, multipliziert mit
$:$	geteilt, dividiert durch
$\%$	Prozent
‰	Promille
$\parallel$	parallel zu
$\perp$	senkrecht auf, rechtwinklig zu, orthogonal
ΔABC	Dreieck mit den Eckpunkten ABC
$\measuredangle$	Winkel
$\angle$	rechter Winkel, Winkel von 90°
g_{AB}	Gerade g durch die Punkte A und B
$\overline{AB}$	Strecke zwischen den Punkten A und B
$m_{\overline{AB}}$	Mittelsenkrechte zur Strecke AB
h_c	Höhe im Dreieck zur Seite c
a^2	a hoch 2, a Quadrat
a^n	a hoch n (Potenz)
$\sqrt{}$	Quadratwurzel aus
$\sqrt[n]{}$	n-te Wurzel aus
$\lvert x \rvert$	absoluter Betrag von x $\quad \lvert x \rvert = \begin{cases} x \text{ für } x \geq 0 \\ -x \text{ für } x < 0 \end{cases}$

A, B, M	Bezeichnungen für Mengen
{a; b; c}	Menge mit den Elementen a, b und c
∅, { }	leere Menge
$\mathbb{L}_x$	Lösungsmenge für x
$\mathbb{D}$	Definitionsmenge
{x | ...}	Menge aller x, für die gilt: ...
∈	Element von
∉	nicht Element von
⊆	Teilmenge von
⊂	echte Teilmenge von
A ∩ B	A geschnitten B, Schnittmenge von A und B
A ∪ B	A vereinigt B, Vereinigungsmenge von A und B
A\B	Differenzmenge A ohne B
]a, b[	offenes Intervall {x | a < x < b}
]a; b]	linksoffenes Intervall {x | a < x ≤ b}
[a; b[	rechtsoffenes Intervall {x | a ≤ x < b}
[a, b]	abgeschlossenes Intervall {x | a ≤ x ≤ b}
$\mathbb{N}$	Menge der natürlichen Zahlen
$\mathbb{N}^*$	Menge der natürlichen Zahlen ohne 0
$\mathbb{Z}$	Menge der ganzen Zahlen
$\mathbb{Q}$	Menge der rationalen Zahlen
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$\mathbb{R}^+$	Menge der positiven reellen Zahlen
$\mathbb{R}_0^+$	Menge der positiven reellen Zahlen einschließlich 0
$\mathbb{R}^-$	Menge der negativen reellen Zahlen
a | b	a teilt b, a ist Teiler von b
a ∤ b	a teilt nicht b, a ist nicht Teiler von b
$\mathbb{T}_a$	Menge aller Teiler von a
$\mathbb{V}_a$	Menge aller Vielfachen von a
⇒	wenn ..., dann ... | A ⇒ B: Aus A folgt B.
⇔	genau dann, wenn ... | A ⇔ B: A ⇒ B und B ⇒ A
∧	und (Konjunktion)
∨	oder (Disjunktion)

Zahlenmengen

$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; ...\}$ $\mathbb{N}^* = \{1; 2; 3; 4; 5; ...\}$	***Menge der natürlichen Zahlen*** $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$
$\mathbb{Z} = \{...; -2; -1; 0; 1; 2; ...\}$	***Menge der ganzen Zahlen***
$\mathbb{Q} = \{\frac{n}{m} \mid n; m \in \mathbb{Z} \wedge m \neq 0\}$	***Menge der rationalen Zahlen*** (Brüche)
$\mathbb{Q}^+ = \{x \in \mathbb{Q} \mid x > 0\}$	Menge der positiven rationalen Zahlen
$\mathbb{Q}^- = \{x \in \mathbb{Q} \mid x < 0\}$	Menge der negativen rationalen Zahlen
$\mathbb{R}$	***Menge der reellen Zahlen*** bzw. Menge der rationalen und irrationalen Zahlen ***(rationale Zahlen:*** abbrechende oder periodische Dezimalzahlen, z. B. 4,153 oder $3,\overline{2}$) ***(irrationale Zahlen:*** nichtabbrechende, nichtperiodische Dezimalzahlen)

Rechenarten

Art der Verknüpfung	Bezeichnung	für x	für y	für z
$z = x + y$	***Addition***	***Summand***	***Summand***	***Summe***
$z = x - y$	***Subtraktion***	***Minuend***	***Subtrahend***	***Differenz***
$z = x \cdot y$	***Multiplikation***	***Faktor***	***Faktor***	***Produkt***
$z = x : y$ $(y \neq 0)$	***Division***	***Dividend***	***Divisor***	***Quotient***

Schreibweisen mit Zehnerpotenzen

Große Zahlen kann man zweckmäßig als Produkt einer Dezimalzahl größer als 1 und kleiner als 10 und einer ***Zehnerpotenz*** ausdrücken.

Beispiel: $5\,740\,000 = 5{,}74 \cdot 10^{6}$

Bei kleinen Zahlen verfährt man entsprechend.

Beispiel: $0{,}0000026 = 2{,}6 \cdot 10^{-6}$

Runden von Dezimalzahlen

In der Praxis wird vor allem bei Dezimalzahlen gerundet, da man häufig nicht so viele Nachkommastellen wie vorhanden benötigt. Beim Runden werden alle Ziffern, die auf eine bestimmte Ziffer folgen, durch Nullen ersetzt.

Abrunden

Die betreffende Ziffer wird nicht verändert, wenn dieser vor der Nulleneinsetzung eine 0, 1, 2, 3 oder 4 folgte.

Beispiele: Wir runden auf zwei Nachkommastellen:
$3{,}46\mathbf{2} \approx 3{,}46$
$12{,}56\mathbf{3}6789 \approx 12{,}56$

Aufrunden

Die betreffende Ziffer wird um 1 erhöht, wenn dieser vor der Nulleneinsetzung eine 5, 6, 7, 8 oder 9 folgte.

Beispiele: Wir runden auf zwei Nachkommastellen:
$4{,}21\mathbf{8}3 \approx 4{,}22$
$13{,}89\mathbf{9}11 \approx 13{,}90$

Beachte: Wird eine „9“ um 1 erhöht, wird aus „9“ eine „0“ und die vorstehende Ziffer erhöht sich um 1. Die „0“ am Ende wird mitgeschrieben. Das verdeutlicht, dass gerundet wurde.

Klammerregeln

1. Klammern mit ***positiven Vorzeichen*** können wegfallen.	+ (2 a – b) = 2 a – b
2. Klammern mit ***negativen Vorzeichen*** können wegfallen, dabei erhält jedes Glied in der Klammer das ***entgegengesetzte*** Vorzeichen.	– (a + b – c) = – a – b + c
3. Ein ***Faktor*** vor einer Klammer wird mit jedem Glied in der Klammer multipliziert.	3 (a + 2 b – 3 c) = 3 a + 6 b – 9 c
4. ***Klammerausdrücke*** der Form (a + b) · (c + d) werden miteinander multipliziert, indem man ***jeden*** Summanden der einen Klammer mit ***jedem*** Summanden der anderen Klammer multipliziert.	(a + 3) · (b + 2) = a b + 2 a + 3 b + 6

Vorzeichenregeln

1. Bei der ***Multiplikation*** von zwei Faktoren mit ***gleichen Vorzeichen*** erhält man ein positives Produkt. ! „Plus mal plus ergibt plus!“ „Minus mal minus ergibt plus!“	(+ 5) · (+ 5) = + 25 (– 5) · (– 5) = + 25
2. Bei der ***Multiplikation*** von zwei Faktoren mit ***unterschiedlichen Vorzeichen*** erhält man ein negatives Produkt. ! „Plus mal minus ergibt minus!“ „Minus mal plus ergibt minus!“	(+ 4) · (– 3) = – 12 (– 5) · (+ 7) = – 35

1. und 2. gelten auch, wenn man an Stelle von „mal“ „geteilt“ setzt.

Binomische Formeln

1. $(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + 2\,a\,b + b^2$ $\qquad (2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$

2. $(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = a^2 - 2\,a\,b + b^2$ $\qquad (y - 3)^2 = y^2 - 6y + 9$

3. $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$ $\qquad (4 + z) \cdot (4 - z) = 16 - z^2$

Potenzen

Gleiche Faktoren a der Anzahl n werden zur ***Potenz*** a^n zusammengefasst:

$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a;\ a \neq 0,\ n \in \mathbb{N}$ $\qquad 8^3 = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$

a heißt ***Basis***, n heißt ***Exponent***.

Es gilt: $a^0 = 1\ (a \neq 0);\ a^1 = a$ $\qquad 4^0 = 1;\ 5^1 = 5$

Potenzen mit negativen ganzen Exponenten werden so definiert: $a^{-n} = \frac{1}{a^n};\ a \neq 0$

$2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

Potenzen mit rationalem Exponenten und Basis a > 0 definiert man so: $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

$9^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{9} = \sqrt{9} = 3$

Potenzgesetze

1. ***Multiplikation*** bzw. ***Division*** bei gleicher Basis

   $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $\qquad 3^2 \cdot 3^3 = 3^{2+3} = 3^5$

   $a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}\ \ (a \neq 0)$ $\qquad 2^5 : 2^3 = 2^{5-3} = 2^2$

2. ***Multiplikation*** bzw. ***Division*** bei gleichem Exponenten

   $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ $\qquad 5^2 \cdot 4^2 = (5 \cdot 4)^2 = 20^2$

   $a^n : b^n = \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n\ \ (b \neq 0)$ $\qquad 6^2 : 3^2 = \left(\frac{6}{3}\right)^2 = 2^2$

3. Potenzieren von Potenzen

   $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ $\qquad (3^2)^3 = 3^{2 \cdot 3} = 3^6$

Maßeinheiten

Zeitmaße

1 Jahr = 365 Tage
1 Tag = 24 h
1 h = 60 min
1 min = 60 s

Massen

1 Mt = 1 000 kt
1 kt = 1 000 t
1 t = 1 000 kg
1 kg = 1 000 g
1 g = 1 000 mg

Längenmaße

1 km = 1 000 m
1 m = 10 dm
1 dm = 10 cm
1 cm = 10 mm
also: 1 m = 1 000 mm

Flächenmaße

$1\ km^2 = 100\ ha$
$1\ ha = 100\ a$
$1\ a = 100\ m^2$
$1\ m^2 = 100\ dm^2$
$1\ dm^2 = 100\ cm^2$
$1\ cm^2 = 100\ mm^2$
also: $1\ m^2 = 1\ 000\ 000\ mm^2$

Raummaße

$1\ m^3 = 1\ 000\ dm^3$
$1\ dm^3 = 1\ 000\ cm^3$
$1\ cm^3 = 1\ 000\ mm^3$
also: $1\ m^3 = 1\ 000\ 000\ 000\ mm^3$

Einheitenvorsätze

Bezeichnung	*Zeichen*	*Bedeutung*
Tera	T	10^{12}-fach
Giga	G	10^{9}-fach
Mega	M	10^{6}-fach
Kilo	k	10^{3}-fach
Hekto	h	10^{2}-fach
Deka	da	10-fach
Dezi	d	10^{-1}-fach bzw. 10. Teil
Zenti	c	10^{-2}-fach bzw. 100. Teil
Milli	m	10^{-3}-fach bzw. 1 000. Teil
Mikro	m	10^{-6}-fach bzw. 10^{6}-ter Teil
Nano	n	10^{-9}-fach bzw. 10^{9}-ter Teil
Piko	p	10^{-12}-fach bzw. 10^{12}-ter Teil
Femto	f	10^{-15}-fach bzw. 10^{15}-ter Teil
Atto	a	10^{-18}-fach bzw. 10^{18}-ter Teil

Grundwert, Prozentsatz und Prozentwert

Das Ganze ist der ***Grundwert G***. Der Grundwert stellt die Bezugsgröße dar und von ihm werden die Prozente berechnet. Er wird dazu in 100 gleiche Teile zerlegt. Der ***Prozentsatz p*** (ohne %-Zeichen, $p\,\%$ ist der Bruch $\frac{p}{100}$) gibt den Anteil vom Ganzen in Prozent an, also wie viele Hundertstel zu nehmen sind. Der ***Prozentwert W*** ist dann die Größe des Anteils.

Berechnung des Prozentwertes

Mit Formel: $W = p\,\% \cdot G$

oder

$$W = \frac{p \cdot G}{100}$$

Dreisatz: $100\,\% \mapsto G$

$$1\,\% \mapsto \frac{G}{100}$$

$$p\,\% \mapsto W = \frac{p \cdot G}{100}$$

Beispiel: Ein Kleid kostete ursprünglich 240 €. Im Sonderangebot ist es um 30 % billiger. Um wie viel Euro wird das Kleid billiger?

Gegeben: Grundwert G = 240 €, Prozentsatz p = 30
Gesucht: Prozentwert W

Lösung mit der Formel:

$W = 30\,\% \cdot 240\,€$

$= 0{,}3 \cdot 240\,€ = 72\,€$

oder

$$W = \frac{30 \cdot 240\,€}{100} = 72\,€$$

Lösung mit dem Dreisatz:

$100\,\% \mapsto 240\,€$

$$1\,\% \mapsto \frac{240\,€}{100}$$

$$30\,\% \mapsto \frac{30 \cdot 240\,€}{100} = 72\,€$$

Antwort: Das Kleid wird 72 € billiger.

Berechnung des Prozentsatzes

Mit Formel: $p\,\% = \frac{W}{G}$

oder

$$p = 100 \cdot \frac{W}{G}$$

Dreisatz: $G \mapsto 100\%$

$$1 \mapsto \frac{100}{G}\,\%$$

$$W \mapsto p\,\% = \frac{100 \cdot W}{G}\,\%$$

Beispiel: Die Einwohneranzahl eines Ortes ist von 4 800 auf 5 160 gestiegen. Wie viel % beträgt die Zunahme?

Gegeben: Grundwert G = 4 800
Prozentwert W = 5 160 – 4 800 = 360
Gesucht: Prozentsatz p

Lösung mit der Formel:

$$p\% = \frac{360}{4\,800} = 0{,}075 = 7{,}5\%$$

oder

$$p = 100 \cdot \frac{360}{4\,800} = 7{,}5$$

Lösung mit dem Dreisatz:

$$4\,800 \mapsto 100\,\%$$

$$1 \mapsto \frac{100}{4\,800}\,\%$$

$$360 \mapsto \frac{100 \cdot 360}{4\,800}\,\% = 7{,}5\%$$

Antwort: Die prozentuale Zunahme beträgt 7,5 %.

Berechnung des Grundwertes

Mit Formel: $G = \frac{W}{p\,\%}$

oder

$$G = \frac{W \cdot 100}{p}$$

Mit Dreisatz $p\,\% \mapsto W$

$$1\,\% \mapsto \frac{W}{p}$$

$$100\,\% \mapsto G = \frac{W \cdot 100}{p}$$

Beispiel: Im Räumungsverkauf wird ein Teppich um 40 % billiger verkauft. Der Händler sagt: „Der Preisnachlass beträgt 600 €.“ Wie viel kostete der Teppich vorher?

Gegeben: Prozentwert W = 600 €, Prozentsatz p = 40
Gesucht: Grundwert G

Lösung mit der Formel:

$$G = \frac{600\,€}{40\,\%} = \frac{600\,€}{0{,}40\,€}$$

$$= 1\,500\,€$$

oder

$$G = \frac{600\,€ \cdot 100}{40} = 1\,500\,€$$

Lösung mit dem Dreisatz:

$$40\,\% \mapsto 600\,€$$

$$1\,\% \mapsto \frac{600\,€}{40}$$

$$100\,\% \mapsto G = \frac{600\,€ \cdot 100}{40}$$

$$= 1\,500\,€$$

Antwort: Der Teppich kostete vorher 1 500 €.

Formen

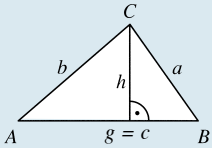
Größen, die benutzt werden: Flächeninhalt A, Umfang u, Höhe h, Grundseite g, Diagonalen e, f

Dreiecke

Allgemeines Dreieck

$u = a + b + c$

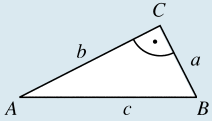
$A = \frac{g \cdot h}{2}$



Rechtwinkliges Dreieck

$u = a + b + c$

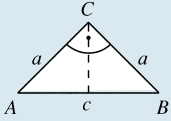
$A = \frac{a \cdot b}{2}$



Gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck

$u = 2a + c$

$A = \frac{1}{2} \cdot a^2$

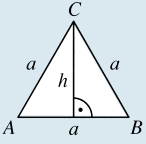


Gleichseitiges Dreieck

$u = 3a$

$h = \frac{a}{2}\sqrt{3}$

$A = \frac{a^2}{4}\sqrt{3}$



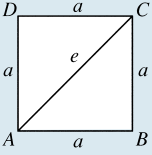
Vierecke

Quadrat

$u = 4\,a$

$A = a^2$

$e = a \cdot \sqrt{2}$

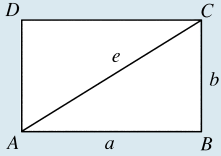


Rechteck

$u = 2\,(a + b)$

$A = a \cdot b$

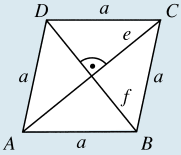
$e = \sqrt{a^2 + b^2}$



Raute

$u = 4\,a$

$A = \frac{e \cdot f}{2}$

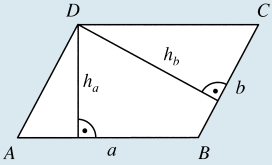


Parallelogramm

$u = 2 \cdot (a + b)$

$A = a \cdot h_a$

$A = b \cdot h_b$



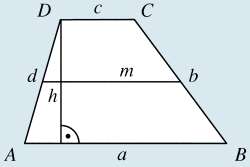
Trapez

$u = a + b + c + d$

$m = \frac{a + c}{2}$

$A = m \cdot h$

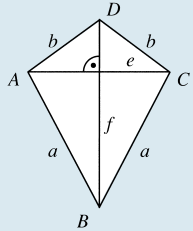
$A = \frac{a + c}{2} \cdot h$



Drachen

$u = 2 \cdot (a + b)$

$A = \frac{e \cdot f}{2}$



Körper

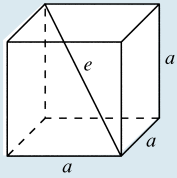
Größen, die benutzt werden: Volumen V, Grundfläche G, Oberfläche O, Mantelfläche M, Raumdiagonale e, Höhe h

Würfel

$O = 6\,a^2$

$V = a^3$

$e = a \cdot \sqrt{3}$

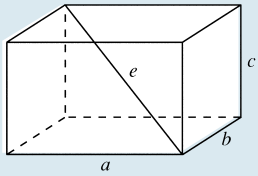


Quader

$O = 2\,(a\,b + a\,c + b\,c)$

$V = a \cdot b \cdot c$

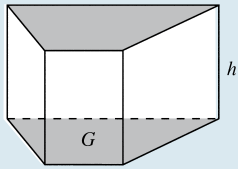
$e = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$



Prisma

$O = 2 \cdot G + M$

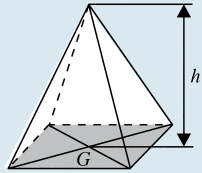
$V = G \cdot h$



Pyramide (allgemein)

$O = G + M$

$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$

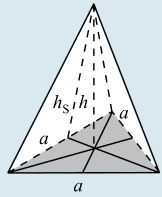


Regelmäßige dreiseitige Pyramide

$$O = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} + \frac{3}{2} a \cdot h_s$$

$$V = \frac{a^2 \cdot h}{12} \cdot \sqrt{3}$$

(Grundfläche: gleichseitiges Dreieck)

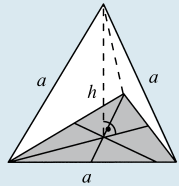


Tetraeder

$$O = a^2 \cdot \sqrt{3}$$

$$V = \frac{a^3}{12} \cdot \sqrt{2}$$

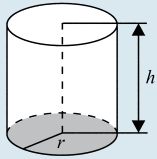
(vier gleichseitige Dreiecke)



Zylinder

$$O = 2 \pi r \cdot (r + h)$$

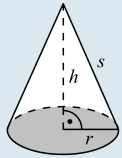
$$V = G \cdot h = \pi r^2 \cdot h$$



Kegel

$$O = \pi r (r + s)$$

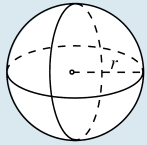
$$V = \frac{\pi}{3} r^2 \cdot h$$



Kugel

$$O = 4 \pi r^2 = \pi d^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{6} \pi d^3$$



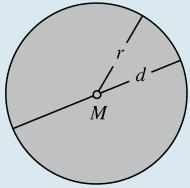
Kreise und Kreisteile

Größen, die benutzt werden: Flächeninhalt A, Umfang u, Radius r, Durchmesser d, Kreisbogen b, Kreiszahl π = 3,141...

Kreis

$$u = 2\,\pi\,r = \pi\,d$$

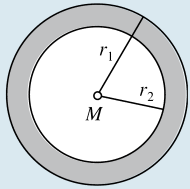
$$A = \pi\,r^2 = \frac{\pi}{4}\,d^2$$



Kreisring

$$u = 2\,\pi\,(r_1 + r_2)$$

$$A = \pi\,(r_1^{\,2} - r_2^{\,2})$$



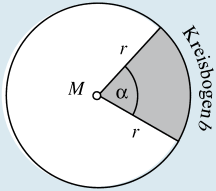
Kreisausschnitt

$$A = \pi\,r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot b\,r$$

Kreisbogen

$$b = 2\,\pi\,r \cdot \frac{\alpha}{360°}$$



DU BRAUCHST NOCH MEHR INPUT? KEIN PROBLEM!

Nutze unser Angebot und teste Nachhilfe im Studienkreis!

Jetzt **gratis** testen*

www.studienkreis.de

*Gratis testen: 2x 45 Minuten als eine Doppelstunde in einer kleinen Lerngruppe. Nur einmal pro Kunde. Fächer nach Verfügbarkeit. Nicht in Kombination mit anderen Rabatten und Angeboten. Nur für neue Kunden und nur in teilnehmenden Standorten.

D4772GF